ESTUDO DO COEFICIENTE *b* DA FUNÇÃO DO 2º GRAU UMA ABORDAGEM GRÁFICA

Danilo Alves Pereira EVANGELISTA[1]; Flávio BITTENCOURT[2]

[1]Aluno do curso Técnico em Informática e bolsista do PIBIC-Jr do IFMG-*Campus* Bambuí
[2]Professor do IFMG-*Campus* Bambuí

RESUMO

Considerando-se diferentes sinais (positivos ou negativos) para o coeficiente *b*, da função de 2º grau, aliado às variações dos sinais de *a* e *c* foram confeccionados vários gráficos e observados suas características. Usou-se para a confecção dos gráficos os programas *R* e *MathGV*, ambos *freeware*. Sabe-se que a concavidade da parábola é determinada pelo coeficiente *a*. Para valores positivos deste coeficiente tem se uma parábola com concavidade voltada para cima e valores negativos, concavidade voltada para baixo. O intercepto com o eixo-y é definido pelo coeficiente *c,* uma vez que o par ordenado deste ponto é caracterizado por $(0, c)$. Neste trabalho objetivou-se comparar as características gráficas das parábolas para cada variação do sinal do coeficiente *b*, juntamente com a variação dos sinais dos outros dois coeficientes. Para tal estudo foram confeccionados diferentes gráficos considerando as variações dos sinais de todos os coeficientes da função de 2º grau. Para diferentes sinais do coeficiente *b*, observou-se que o vértice da parábola localiza-se à direita ou à esquerda do eixo-y, considerando-se a variação do sinal do coeficiente *a*. Sinais iguais para os dois coeficientes (*b* e *a*) o vértice da parábola localiza-se do lado esquerdo do eixo-y e sinais opostos, lado direito. Além do mais, observou-se que o sinal do coeficiente *c* não interfere na posição do vértice da parábola.

Palavras-chaves: Função do 2º grau, coeficiente b e parábola.

INTRODUÇÃO

A função do 2º grau, também denominada função quadrática, é expressa analiticamente por:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ (a \neq 0) \qquad \text{[Eq. 01]}$$

Nos livros didáticos é dada importância aos coeficientes *a* e *c*, não sendo atribuída alguma função ao coeficiente *b* desta função. Paiva (2003), por exemplo, aborda a função somente dos coeficientes *a* e *c*. O autor explica que o valor do coeficiente (constante) *c* é a ordenada do ponto de interseção do gráfico com o eixo-y e, que o sinal do coeficiente *a* determina a concavidade da parábola. Se o sinal do coeficiente é negativo a parábola tem concavidade voltada para baixo, caso contrário, sua concavidade está voltada para cima.

Iezzi, et al (2001) esboça analiticamente a origem da parábola, definindo e apresentando equações reduzidas da mesma, mas não tece nenhum comentário sobre os coeficientes da parábola. Em Bezerra (1970) é definido o conceito de função de 2º grau, mas o autor também não comenta sobre os coeficientes da referida equação.

Ávila (2003) traz a origem gráfica da parábola. Segundo o autor a parábola é originada do corte de um plano paralelo a uma geratriz do cone e que não corta um dos ramos desse cone. Além disso, o autor comenta que a parábola é uma secção cônica que é estudada desde a antiguidade grega. Nesta literatura também é comentado sobre a abertura da parábola sendo determinada pelo

flavio.bittencourt@ifmg.edu.br

valor do módulo do coeficiente *a*. Relata, também, o autor que funções do segundo grau incompletas são mais fáceis de visualizar os movimentos de translação em torno do eixo-y e em torno do eixo-x.

Segundo Swokowski (1994) a parábola é composta por um conjunto de pontos eqüidistantes de um ponto fixo, chamado de foco, e de uma reta fixa, denominada de diretriz pertencentes a um mesmo plano. O autor mostra como obter uma equação simples de uma parábola, além de demonstrar analiticamente o movimento de translação de eixos. Ele salienta que existem diferenças entre parábolas e catenárias. A catenária é curva formada por um cabo suspenso e sua equação é correspondente à $y = a\,cosh\left(x/a\right),\ \left(a \in \mathbb{R}\right)$.

Embora seja simples a confecção de uma parábola, ela aparece em várias situações do cotidiano. Por exemplo, em problemas sobre otimização e outras aplicações que podem ser observados em Swokowski (1994).

Nos livros de cálculo também podem-se observar várias aplicações das funções de segundo grau na física. Swokowski (1994) relata que existe uma importante propriedade associada às tangentes de parábolas, a propriedade reflexiva. Esta propriedade está relacionada, por exemplo, a forma que um espelho de holofote deve ter.

Dada a importância da função do 2º grau, o objetivo do trabalho foi o de comparar as características gráficas das parábolas para cada variação do sinal do coeficiente *b*, juntamente com a variação dos sinais dos outros dois coeficientes.

MATERIAL E MÉTODOS

Foram consideradas situações em que variaram-se os sinais dos coeficientes da função de 2º grau para serem confeccionados seus gráficos. Adotou-se a seguinte estrutura para serem feitas as comparações:

Caso 1: $a > 0, b > 0, c > 0$
Caso 2: $a > 0, b > 0, c < 0$
Caso 3: $a > 0, b < 0, c > 0$
Caso 4: $a > 0, b < 0, c < 0$
Caso 5: $a < 0, b > 0, c > 0$
Caso 6: $a < 0, b > 0, c < 0$
Caso 7: $a < 0, b < 0, c > 0$
Caso 8: $a < 0, b < 0, c < 0$

Para as diversas condições adotadas confeccionou-se as parábolas utilizando-se o programa estatístico *R* e o programa *MathGV*.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Observado as variações dos sinais dos coeficientes os oito casos serão apresentados e comentados a seguir.

Na Figura 1 a seguir foram considerados que os três coeficientes são positivos. Observa-se que em termos de *b*, o vértice da parábola localiza-se à esquerda do eixo-y.

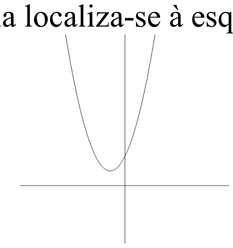

Figura 1: Característica da parábola considerado $a > 0, b > 0, c > 0$

A Figura 2 foi obtida alterando-se o sinal do coeficiente *c*. Nota-se que a parábola permanece do lado esquerdo do eixo-y, diferenciando da situação anterior somente pelo fato de interceptar o eixo-y abaixo do ponto de interseção dos eixos coordenados.

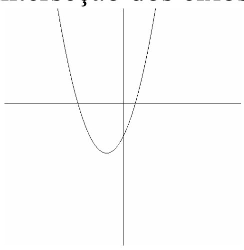

Figura 2: Característica da parábola considerado $a > 0, b > 0, c < 0$

Considerando somente o coeficiente *b* negativo observa-se que o vértice da parábola localiza-se ao lado direito do eixo-y. E, como *c* é positivo, a parábola toca y acima da interseção dos eixos coordenados, conforme pode ser observado na Figura 3 a seguir.

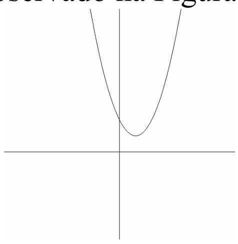

Figura 3: Característica da parábola considerado $a > 0, b < 0, c > 0$

Diferentemente do caso anterior, temos *c* menor que zero. O vértice da parábola permanece do lado direito do eixo-y, com diferenciando apenas na interceptação com o mesmo eixo, pois agora está abaixo da interseção dos eixos coordenados (Figura 4).

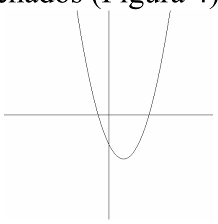

Figura 4: Característica da parábola considerado $a > 0, b < 0, c < 0$

Neste e nos próximos casos, o coeficiente *a* é menor que zero. As características construtivas sofrem algumas alterações. Considerando *b* e *c* positivos, nota-se que a parábola tem seu vértice à direita do eixo-y e intercepta o mesmo eixo acima da interseção dos eixos coordenados, observa-se este fenômeno na Figura 5.

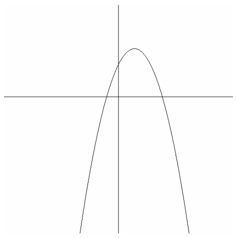

Figura 5: Característica da parábola considerado $a < 0, b > 0, c > 0$

Na Figura 6 abaixo, o gráfico confeccionado a diferença observada, em relação ao caso anterior, é somente o deslocamento do ponto de ordenada *c*, agora, encontra-se abaixo da interseção dos eixos coordenados, permanecendo fixos posição do vértice (à direita do eixo-y) e concavidade da parábola.

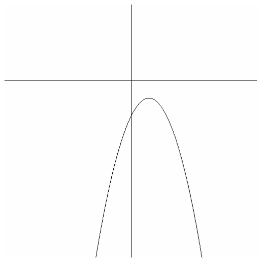

Figura 6: Característica da parábola considerado $a < 0, b > 0, c < 0$

Alterando-se o sinal do coeficiente *b*, o vértice, neste caso, localizará à esquerda do eixo-y, conforme analisa-se na Figura 7.

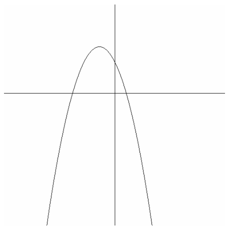

Figura 7: Característica da parábola considerado $a < 0, b < 0, c > 0$

Considerando *a, b* e *c* negativos, o vértice se encontra à esquerda do eixo-y e o ponto de ordenada *c* abaixo da interseção dos eixos coordenados. A Figura 8 representa tal característica.

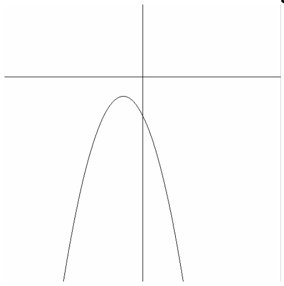

Figura 8: Característica da parábola considerado $a < 0, b < 0, c < 0$

CONCLUSÃO

Os sinais positivos ou negativos do coeficiente *b*, aliados à observação dos sinais de *a* quanto à construção da parábola, ou a posição da concavidade, e os sinais de *c* quanto ao ponto de interceptação com o eixo-y interferem na localização do vértice da parábola. O coeficiente *c* não interfere na posição do vértice, apenas na posição da interceptação com o eixo-y. Mas, para diferentes sinais de *b* analisado com diferentes sinais de *a*, conclui-se:

i) $b > 0$ e $a > 0$ - o vértice da parábola localiza-se do lado esquerdo do eixo-y.

ii) $b < 0$ e $a > 0$ - o vértice da parábola está do lado direito do eixo-y.

iii) $b > 0$ e $a < 0$ - o vértice da parábola situa-se do lado direito do eixo-y.

iv) $b < 0$ e $a < 0$ - o vértice da parábola encontra-se do lado esquerdo do eixo-y.

AGRADECIMENTOS

À FAPEMIG pelo suporte financeiro e ao IFMG-*Campus* Bambuí pelo apoio.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ÁVILA, Geraldo Severo de Souza. Cálculo das funções de uma variável. V1. 7ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003. 304p.

BEZERRA, Manuel Jairo. Curso de matemática. 26ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1970.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. de. Matemática: ciência e aplicações, v.3. São Paulo: Atual 2001.

MathGV FREEWARE version 4. Copyright (c) Greg VanMullem; All Rights Reserved.

PAIVA, Manuel. Matemática: volume único. 2ed. São Paulo: Moderna, 2003. 418p.

R Development Core Team (2008) R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, http://www.R-project.org.

SWOKOWSKI, Earl William. Cálculo com geometria analítica. V1. 2ª ed. São Paulo: Makron Books, 1994. 763p.

SWOKOWSKI, Earl William. Cálculo com geometria analítica. V2. 2ª ed. São Paulo: Makron Books, 1994. 763p.